Matemáticas de imágenes.

Andreas Polyméris

Introducción

Hay que abordarlo, porque el tema de las *imágenes* en computación no sólo es cada dia más importante. Pasó a ser la *panacea*, el medio que hoy se impone y promete un futuro esplendor. Claro, ya todos interactuamos con nuestras computadoras en *ambientes gráficos*; los *textuales* están pasados de moda. Internet enfatiza aún más esta tendencia *multimedial*; incluso lo *hipertextual* pareciera no ser más que un *principio organizativo*; la *seducción* queda a cargo de las *imágenes*. Tal vez exagere; pero no lo creo. Es cierto, también nos topamos, en *la red*, con mucho texto; incluso con fórmulas matemáticas --que nos hablan en aquel *lenguaje matemático* que es el otro asunto que este ensayo tematizará. Pero típicamente esos escritos doctos son sólo *puestos a disposición* por la red; Internet propiamente tal, nos conquista con sus imágenes; y es esta *seducción* la que en gran medida ha *hecho* a Internet; tal vez incluso más que sus capacidades de *poner a disposición* lo que otros --del otro lado de la red-- proponen. Despleguemos una bandera. Hoy también la enarbola nuestro Presidente de Chile: El futuro de la educación superior *pasa por la red*. La educación presencial es demasiado cara; la *a distancia*, se compagina mucho mejor con las exigencias de masificación, globalización y eficiencia. Y seduce a la juventud; lo que hasta Noam Chomsky encuentra decisivo cuando se trata de aprendizajes. Además ya es casi un hecho: Gran parte de nuestra juventud vive incrustada en Internet. Con la bendición de los viejos que, deslumbrados por la *rapidez con que el niño aprende*, alaban a este *nuevo maestro* e incluso están dispuestos a considerar *pedagógicas* todas las seductoras imaginerías que tanto cautivan al *pupilo*.

Pero volvamos al tema central: Las imaginerías tienen, ciertamente, muchas virtudes. Las *ciencias cognitivas* recalcan el que las imágenes son más *concretas* que las palabras y, en particular, que los *abstractos* números. Que están más cerca de la *realidad*. Por ejemplo, si a un pastor le preguntamos de *cuántas* ovejas consta su rebaño, al responder: *más o menos 100*, no *sentirá la presencia* de su rebaño, sino más bien la de su situación económica. En cambio, si le pedimos que describa o haga ver el tipo de ovejas del que consta su rebaño, al responder con una descripción oral, o con mayor razón si se pone a dibujar, no sólo se concentrará en el rebaño *concreto*, sino que visualizará el ejemplar más hermoso de él. Y a nosotros, los interrogadores y observadores, nos sucede algo parecido: Los números nos llevan a más números; a contar nuestro dinero, a consideraciones *especulativas, teóricas, pesadas*. En cambio las imágenes nos cautivan por sus *concretitudes*, por lo fácil que nos resulta *digerirlas*; nos *caen livianas*. Sin embargo esa misma *liviandad* de la imágenes es también la que nos hace desconfiar de ellas; y nos lleva a pensar que si la educación superior *a distancia* ha de funcionar, también tendrá que ser capaz de hacer pasar conocimiento mucho más *pesado*, articulado textualmente y, en particular, usando ese *abstracto* lenguaje matemático que a los estudiantes les resulta tan difícil de *asimilar*. Pues bien --diría un militante de la *revolución computacional* en educación-- tanto mejor: Si lo importante son los textos y códigos matemáticos, la red computacional está hecha para ellos. Porque tanto su almacenamiento como su transmisión computacional no comporta problemas: los archivos textuales son muy *livianos*. Los *pesados* son los gráficos. Así que mientras menos imágenes, más agil resultará el proceso. ¿Punto final? No, porque como ya habrá reparado el lector, se armó un lío: ¿En qué quedamos? ¿Son *livianas o pesadas* las imágenes, comparadas con los textos? Aparentemente les resultan *livianas* al ser humano, pero *pesadas* a la máquina; y todo lo contrario sucedería con los textos, las palabras, los números y otros *tipos de datos abstractos*. No obstante hoy las máquinas igual manejan imágenes; y hay seres humanos que igual disfrutan las matemáticas. Por lo tanto podría decírseme que soy yo quien está armando el *lío* de arriba; que no tiene mayor importancia. Me tendré que explayar.

La Insoportable Levedad del Número.

En ensayos que aparecieron publicados en los dos últimos números de nuestra Revista, intenté hacer ver que la gracia y desgracia de los números es su liviandad computacional. En el primero de estos manifiestos concebí la génesis prehistórica de esas abstracciones como una que nace de una práctica computacional muy elemental, por cierto, pero concreta: la del pastor que queriendo llevar un control de su rebaño de ovejas, procede a adjuntar un guijarro a un montón, cada vez que una oveja abandona el corral. Este operar con guijarros --calculus, en latín-- se fue sofisticando. A otro pastor se le ocurrió empezar a usar piedras de diferentes tamaños: entender que una más grande reemplaza a un determinado montoncito de pequeñas. Pero ni siquiera este montoncito tenía cardinalidad numérica; a pesar de que hoy entendemos que el pastor estaba enumerando sus ovejas. Los números sólo nacieron más tarde; debido a la necesidad de reemplazar las piedras por tipos de datos más livianos; que facilitaran la memorización y comunicación de ellos. Claro, no era práctico tener que transportar tanto guijarro a la hora de ir al mercado a ofrecer su rebaño de ovejas. Es por eso que, mucho antes de los números, se popularizaron las inscripciones en tablillas de cera, las cuerdas anudadas, los dígitos, etc.

En el segundo ensayo en cambio, intenté decir que esta misma gracia de los números, hace su desgracia; que sus liviandades les otorgan un gran poder de compre(n)sión; pero que por eso mismo se distancian exponencialmente de la extensionalidad concreta de los conjuntos que comprenden. En otras palabras: los números no sólo son abstracciones de rebaños de ovejas. Así como, para representar la cardinalidad n de un tal conjunto bastan aproximadamente $p(n) := log_b(n)$ dígitos --donde b es la base del sistema posicional, la cardinalidad del montoncito de guijarros pequeños mencionado arriba--, también es cierto que $n - b^{p(n)}$; que por lo tanto, para articular n extensionalmente --y en tal medida reproducir un conjunto de cardinalidad n-- se tiene que hacer un esfuerzo que aumenta exponencialmente en función del peso $p(n)$ del dato numérico. Hay que conocer la teoría de complejidad algorítmica para convencerse de que no todas las consideraciones sobre cardinalidades de conjuntos (finitos) pueden dirimirse computacionalmente procesando sus representaciones digitales. Muchas cuestiones aparentemente banales demandan, en ese dominio digital, esfuerzos prohibitivos. Para un ejemplo, lea el segundo de los ensayos mencionados. Pero no es necesario saber de esa teoría matemática para darse cuenta que producir tantos puntos como prescribe un número n de peso $p(n)$ relativamente pequeño, se torna rápidamente --ya para 10 dígitos-- prohibitivo. Es decir que no se puede generar una imagen extensional de una tal comprensión intencional de n. ¿Y qué? No hay, en este mundo, rebaños de ovejas que tengan cardinalidades de peso 10. Y si estuviéramos hablando de rebaños galácticos, ¿qué interés podría tener el producir tantos puntos como miembros tiene ese rebaño? ¿Para qué queremos una tal manifestación extensional si todos comprendemos la intención de b^{10}? ¿O no lo sabemos bien; y por eso sería interesante complementar esa comprensión matemática con una manifestación gráfica? Hay que reconocer que esto último bien puede ser el caso. Pero, lamentablemente no hay cómo: la imagen de 10 es computacionalmente inarticulable.

La Reconfortante Pesadez de la Imagen

Y si fuera generable, sería, computacionalmente hablando, demasiado pesada, intransmitible, no desplegable. Pero, momento: ¿cómo puede la imagen de algo tan liviano como un número, resultar tan pesada, si igual somos capaces de manejar imágenes de asuntos mucho más complejos, sin que nuestro computador colapse? Por ejemplo: fotografías de grandes rebaños de ovejas, en que se distinguen algunos bellos ejemplares con bastante detalle. Sí, pesan algunos kilos o megabytes, y toman su tiempo en ser desplegadas en pantalla. Pero igual. Claro, nos ayudamos comprimiendo la imagen. Es decir, no memorizamos el rectángulo de píxeles --picture elements-- que la imagen supuestamente es: un arreglo bidimensional de 0s y 1s; si suponemos que se trata de una foto en blanco y negro. No, más bien aprovechamos el que tales fotos son relativamente simples, en la medida en que los cambios de blanco a negro, o viceversa, son relativamente poco frecuentes; que en el entorno inmediato de un pixel blanco, los negros serán casos excepcionales. Consideremos, para simplificar, una sola línea de este arreglo rectangular. Entonces, en vez de memorizarla como una muy larga secuencia de, digamos n, 0s y 1s, podemos ir produciendo y registrando la secuencia $n_1, n_2, \ldots ,n_m$ de números naturales que cada vez nos indican el número de píxeles iguales, hasta el próximo cambio de color. Entonces evidentemente tendremos que $\Sigma\{n_i; i = 1, 2, \ldots, m\} = n$; y que la simpleza de la foto usualmente lleva a ***m***s relativamente pequeños. Ahora, claro que los n_i tampoco los registraremos extensionalmente, sino que codificados binariamente, como secuencias finitas de ***0***s y ***1***s. Por lo tanto, para memorizar la información de la línea considerada, bastarán aproximadamente $p(Linea) := \Sigma\{log_2(n_i); i = 1, 2, \ldots, m\}$ dígitos binarios; un peso usualmente muchísimo menor a ***n***. Porque, al menos si ***m*** se mantiene fijo, el número ***n*** de píxeles que se pueden memorizar usando la compresión esbozada, crece exponencialmente en función de la memoria ***p(linea)*** que para ello se precisa. Sólo que si deseamos imágenes más nítidas, típicamente ***m*** también tendrá una tendencia creciente. Aunque tal vez moderada; en particular, cuando la imagen es intrínsecamente simple, cuando la simplicidad en que se basa nuestro método de compresión, no es sólo estadística, sino que se debe a patrones determinantes que, más que simplificar, estructuran la imagen.

Indudablemente, muchas de las imágenes que nos interesan tienen una estructura que al menos determina lo esencial de ellas. Pensemos, para fijar las ideas, en fotos de rostros de ovejas: pareciera que lo esencial --aquello que debiera permitir reconocer a la fotografiada-- estuviera dado por la forma de los ojos, nariz y boca; más tal vez el tipo de óvalo que encierra esos elementos básicos. Que por ello tal vez podría ser suficiente, registrar esos rasgos estructurales. Pero no intentemos ser más precisos. La verdad, es que no ha valido mucho la pena. No es que no se haya logrado nada por esa vía; pero muy poco; y a costa de una enorme sofisticación metódica. Después de tanto esfuerzo mayoritariamente frustrado, hay que reconocer que la problemática del reconocimiento de patrones gráficos ha resistido todos los embates del ejercer matemático-computacional. Es probablemente, junto a la del aprendizaje, la temática que menos se ha dejado automatizar. No se ha logrado manejar las manifestaciones extensionales con los métodos de las comprensiones intencionales. Las imágenes no sólo siguen siendo computacionalmente pesadas, sino que se resisten a ser manipuladas mediante operadores matemáticos consagrados. Al respecto, agreguemos, a modo de ejemplo de lo último, sólo una consideración: Si quisiéramos superponer dos fotografías en blanco y negro --tal vez para saber cómo se vería esa oveja blanca con cabellera negra-- podríamos en alguna medida simplemente proceder a sumar, píxel tras píxel, los dígitos ***0*** y ***1*** que codifican sus colores; entendiendo que un ***0*** indica blanco, y que por lo tanto la suma de los dos dígitos será ***1*** --negro-- a menos que los dos sumandos sean ***0***s. Pero no olvidemos que no estamos memorizando los colores de los píxeles extensionalmente; que por lo tanto, si los ***m***s -- o las simplezas-- de las dos compresiones de las fotografías originales son del mismo orden, el ***m*** de la superposición tenderá a duplicarse. Y lo mismo sucederá si nos referimos a sus pesos. Lo que es radicalmente diferente a lo que sucede cuando se suman números; puesto que en ese caso la representación de la suma precisa a lo más un dígito más que el mayor de los sumandos. Y note que entre uno más y el doble, hay un abismo exponencial.

En suma, parece que las matemáticas objetivas sólo sirven para confeccionar compresiones de las imágenes; pero no, para obtener y manejar compreNsiones. De ello se deduce que las asimilaciones, digestiones y consideraciones finales de las imágenes habría que dejárselas a los humanos. Lo que tal vez no deja de ser reconfortante, ya que nos anima a seguir creyendo en nuestras interpretaciones subjetivas. Aunque por otro lado no nos quita ni trabajo ni responsabilidad, automatizando u objetivizando estas comprensiones. Por eso tal vez igual habría que buscar maneras de apoyar estos procesos computacionalmente... Pero está bien que la última imagen sea nuestra, porque, a diferencia de lo que sucede con los números, los humanos sí tienen habilidades impresionantes en el manejo de imágenes. Hasta un corderito es capaz de reconocer a su madre en medio de un rebaño en movimiento, a pesar de que está lloviendo y de que su madre se ha teñido el pelo. Todos lo hacemos cotidianamente; y sin embargo no sabemos cómo hacemos eso que, desde una perspectiva matemática, universal, parece una proeza colosal.

Matemáticas Orientadoras

Esta convicción es la que me replantea las consideraciones ya articuladas en el primer apartado de este ensayo. Está claro que al ser humano las imágenes extensionales le resultan livianas, y a los universales métodos matemáticos, pesadas. Que estos últimos se manejan mucho mejor con comprensiones abstractas; las cuales en cambio, a los humanos, justamente debido al abismo exponencial que hay entre estas y las extensiones imaginables, les resultan pesadas. Es esta claridad la que ahora desenfadadamente exige abordar otras preguntas. Me parece que esencialmente son dos. La que a nosotros indudablemente más debe preocuparnos es la siguiente: En esta brecha aparentemente infranqueable, ¿dónde se sitúa la computación? Pero dejémosla para el final, para primero realzar su importancia rumiando la otra pregunta que se impone: ¿Será efectivamente necesario para el estudiante de educación superior, llegar a comprender las imágenes de una manera similar a lo que logran los números en sus cotos abstractos? ¿No basta con moverse cómodamente en ciertas imaginerías, como rápidamente llegan a hacerlo los que abordan Internet sin demasiados escrúpulos. Me impactó enterarme de que Samy Benmayor, ese explorador de la actual pintura chilena, en 1985 aún decía: En pintura lo que quiero es algo simple: descubrir qué imágenes me pertenecen y apropiarme de ellas tomando el control de mi obra. Pero aún más me impresionó leer, que hoy, quince años después, cuando le preguntan si avanza el proceso, responde: Creo que hoy tengo una relación más afianzada con las imágenes. Más que dominio, hay una cierta imaginería en la que uno se mueve con más comodidad, aunque siempre entre dos polos: la conformidad y la necesidad de buscar algo nuevo.

Me gusta este cambio de actitud de Benmayor. Creo que por ahí va la cosa, no sólo en el arte de producir imágenes, sino también en la educación superior orientada a, y por, imágenes. Más que descubrimiento, apropiación, control y dominio de imágenes, hoy conviene afianzar relaciones, moverse con comodidad y conformidad, y estar abierto a lo nuevo. Y todo eso, la juventud incrustada en la imaginería pictórica de Internet, lo está logrando bastante bien. Sin embargo creo que este moverse cómodo, inmerso en la red extensional, aún si bordea el virtuosismo, no lo es todo. Creo que las consideraciones y construcciones teóricas que demandan compreNsion --y no sólo compresión y dominio-- deben acompañar la navegación; por derecho propio, no sólo para orientarse y no perder el sur, sino sobre todo porque el mar de Internet, a pesar de todas sus fascinaciones, no lo es todo; hay además, al menos, un navegante. Estoy convencido, a pesar de que simpatizo con ese lema de los antiguos navegantes portugueses que dice: Navegar es preciso, vivir no es preciso. Y a pesar de que hoy, en estas épocas postmodernas, es cada dia más difícil, tratar de defender algo que podría metafóricamente ser asociado con un cielo diáfano o con profundidades submarinas. Ya lo decía Paul Valery: Lo más profundo es la piel. Es difícil reivindicar un más allá o más acá de las imágenes superficiales. Porque invariablemente sucita sospechas asociadas al control normativo del antiguo maestro, pre-Internet. Con todos los cuestionamientos y rechazos que la historia ha ido asociando a esa figura. Es difícil volver a plantear consideraciones teóricas que apunten más allá de lo que aún no está totalmente cuestionado. Una matemática, por ejemplo, que no se limite a una pragmática manipulación contable, que vaya más allá de los números que controlan los rebaños. Es difícil visualizar un proceso teórico de nuevo cuño que se alimente de, y complemente, lo que se está dando en la imaginería de la red. Es difícil visualizar una matemática que surja de esta nueva práctica computacional --como los números nacieron de la prehistórica-- y que sin embargo tenga alguna capacidad de compreNsion de las nuevas imaginerías. Aunque sea en un sentido más orientador que compresor. Sin embargo creo que igual, a pesar de las frustraciones que las matemáticas consagradas han sufrido en estas complejas extensionalidades, está sucediendo. Sólo que, como en nuestro cuento prehistórico, esta nueva matemática orientadora aún no ha podido lograr una maduración teórica que la hace aparecer como matemática propiamente tal; que por lo tanto sólo existe a nivel de concreciones computacionales; con un sentido más bien pragmático que semántico.

Matemáticas orientadoras, pragmáticas,... ¿Qué naturalezas tendrían? En todo caso no la de números que pretendan representar extensiones. Ya no se trata de objetivizar las imágenes reduciéndolas a sus píxeles. Hay que pasar del atomismo al holismo. Pero sin una totalidad referencial. La orientación sólo puede ser pragmática, subjetiva, dinámica, evolutiva,.... La matemática que la acompañe no puede ceñirse a axiomas fijos. Todo lo contrario, debe recuestionar constantemente sus axiomas; incluyendo los de la lógica con que los cuestiona. Será por lo tanto metamatemática; y sin embargo elemental. ¿Algún ejemplo? Sí, es legítimo exigirlo. Pero no es fácil articularlo. Me falta la palabra que sea capaz de resumir las mil imágenes que se me aparecen. Tal vez la mejor clave esté, de momento, en el puntero; en aquel ardid computacional que no tiene un sentido y sitial propio; que sólo apunta a un sitio de imágenes a partir de otro, arbitrario; que indudablemente busca orientar sin pretender comprimir; que no es objetivo ni universal; que es intrínsecamente variable y de disponibilidad no obligatoria; que es típicamente transparente --sólo se ve la imagen en que se inscribe-- y que sólo puede ir adquiriendo presencia propia en la práctica; que entonces adopta un carácter de imagen --ícono-- de imágenes; que es sin embargo hipertexto --hipermatemática-- aún si no es texto que pueda entender un diccionario universal; aún si sólo comprende desde el estar inmerso en la red, desde la perspectiva particular a partir de la cual apunta. Puntero, que no deja de tener algunas semejanzas con lo que podría ser el rol de un profesor en el proceso de educación superior a distancia. Puntero, que sin embargo siempre resuena con los principios singulares del navegante. Si no los representa, los genera. Pero terminemos aquí, confiando en este ejemplo de aspiraciones paradigmáticas --aún si obviamente no responde a tanta pregunta planteada, y mucho menos a las sólo insinuadas. Porque también este ensayo es un puntero que a partir de mi visión y perspectiva muy singular, intenta abrir paso a mil imágenes que sólo están latentes. Tome el mouse y haga click.